

Contact ponctuel sur un massif élastique avec un revêtement élastoplastique : confrontation entre un modèle analytique et des résultats expérimentaux

Tony Da Silva Botelho, Robert Progri, François Robbe-Valloire, Geneviève Inglebert & Isabelle Caron

Institut Supérieur de Mécanique de Paris
LISMMA (EA2336)
3 rue Fernand Hainaut, 93407 Saint-Ouen Cedex, FRANCE
tony.dasilva@supmeca.fr

Résumé :

L'étude du contact ponctuel sous sollicitation normale est un travail préliminaire très utile pour la compréhension de nombreux processus tribologiques plus complexes (contact entre surfaces rugueuses, fretting, contacts électriques). Nos travaux étudient le cas d'un massif élastique avec un revêtement élastoplastique lorsqu'il est soumis à un effort normal seul. L'objectif est de prévoir les dimensions du contact en fonction de l'effort imposé. Pour cela, un modèle analytique est proposé. La pertinence de ce modèle est testée par l'étude expérimentale du contact normal entre des billes en acier et un massif en acier revêtu d'argent (dépôt électrolytique ou feuille posée librement) ainsi qu'avec un revêtement d'aluminium (feuille posée librement). Les résultats expérimentaux permettent de valider le modèle analytique proposé.

Abstract :

Studying punctual contact under normal load is a preliminary work for the understanding of many tribological processes (contact between rough surfaces, fretting, electrical connectors). This paper focuses on a bulk elastic media with an elastoplastic coating under high static normal loading. The aim of this study is to predict the contact dimensions for a given normal load. To serve that purpose, an analytical model is presented. The accuracy of this model is tested using an experimental study involving steel spherical indenters and steel bulk material coated with silver or aluminium. The experimental results validate the proposed analytical model.

Mots-clefs :

contact ponctuel ; revêtement élastoplastique ; modèle analytique

1 Introduction

L'étude du contact ponctuel est l'élément de base d'une grande variété de problèmes en mécanique du contact. C'est la raison pour laquelle le contact ponctuel a été très souvent étudié. En effet, ce mode de contact est considéré communément comme le mode de sollicitation le plus courant et est à l'oeuvre dans de nombreuses applications comme la conduction électrique et thermique, la mécanique des poudres, le contact entre surfaces rugueuses purement élastiques (Greenwood & Williamson (1966)) ou bien élasto-plastiques (Whitehouse & Archard (1970), Chang *et al.* (1987), Robbe-Valloire *et al.* (2001)). Un élément supplémentaire de complexité apparaît avec la prise en compte de revêtements (discontinuités à l'interface revêtement/substrat et éventuels comportements non-linéaires). L'usage de revêtements est d'un fort intérêt tribologique (usinage, réduction du frottement, fatigue de contact, étanchéité statique...). Cependant, relativement peu de modèles analytiques ont été développés pour traiter ces situations, principalement du fait de difficultés à résoudre certaines équations intégrales dans le domaine élastoplastique. Parmi les tentatives de modélisation analytique, on peut citer

un des premiers modèles, Burmister (1945), concernant un revêtement élastique sur un substrat rigide. Ce travail a été étendu par Chen (1971) aux problèmes de contraintes planes et de déformations planes avec un substrat élastique. Plus récemment, Chang (1997) a proposé un modèle de revêtement élastoplastique d'épaisseur inférieure à 2000 Å. Avec le développement de méthodes numériques et l'augmentation de la puissance de calcul, des modèles numériques ont vu le jour (Chen & Engel (1972), Polonski & Keer (2000)) ainsi que des modèles éléments finis (Kogut & Komvopoulos (2004)).

Da Silva Botelho *et al.* (2006) a proposé un modèle analytique permettant de rendre compte du comportement du revêtement sous indentation sphérique et des conditions d'interface entre le revêtement et le substrat (parfaitement adhérent ou posé librement). Après avoir rappelé les résultats essentiels du modèle, une confrontation à une étude expérimentale sera présentée. Les résultats expérimentaux obtenus concerneront des revêtements en argent, aluminium, cuivre et zinc.

2 Modèle analytique

L'analyse du contact élastoplastique entre aspérités revêtues de forme sphérique est basée sur les hypothèses classiques (géométrie et chargement) de la mécanique du contact hertzien (Johnson (1985)). On suppose, de plus, un contact sans frottement entre l'indenteur et le revêtement. Ce problème est géométriquement équivalent à celui d'un indenteur sphérique et d'un plan semi-infini revêtu, à condition de définir le rayon, R , de l'indenteur équivalent comme $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ où R_1 et R_2 sont les rayons des corps initiaux au voisinage du contact. Le substrat (indiqué (2)) et l'indenteur (indiqué (1)) adoptent un comportement élastique pur alors que le revêtement (indiqué (3)) adopte un comportement élastique puis élastoplastique à écrouissage linéaire. D'autre part, deux conditions d'interface entre le substrat et le revêtement sont considérées. Dans un premier cas le revêtement est posé librement sur le substrat et l'interface est sans frottement, on parlera de *modèle libre*. Dans un deuxième cas, le revêtement est parfaitement adhérent au substrat, on parlera de *modèle collé*. En appliquant la loi de Hooke associée aux conditions d'interface on peut mettre en évidence une relation $\sigma - \epsilon$ dans la direction du chargement (Oz) de la forme : $\epsilon_{zz}^{(3)} = \frac{1}{E_{Ie}} \sigma_{zz}^{(3)}$, où E_{Ie} est un module équivalent qui dépend des conditions d'interface et des propriétés mécaniques du revêtement et du substrat (Eq. (1)) :

$$\begin{cases} \text{modèle libre :} & E_{Ie} = E_{I3} \\ \text{modèle collé :} & E_{Ie} = \left[1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_{I2}}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_{I2}}} \right]^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

On rappelle ici les résultats principaux du modèle, détaillé dans son intégralité dans Da Silva Botelho (2004). Le modèle utilisé repose sur l'expression de la déformée de la surface du plan semi-infini revêtu. Cette démarche, classique en mécanique du contact, relie la variation d'épaisseur du revêtement, $\Delta h(x)$, avec le chargement subi (Johnson (1985)) :

$$\Delta h(r) = \int_0^h \epsilon_{zz}^{(3)}(r) dz = \delta_0 - f(r) - v_0(r) \quad (2)$$

Où δ_0 est le rapprochement entre les solides, $f(r) = \frac{r^2}{2R}$ est la distance initiale entre les solides et $v_0(r) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \int_S \sigma_{zz}(r) ds = K_{\sigma_0} \int_S \sigma_{zz}(r) ds$ est la déformation élastique cumulée de l'indenteur et du substrat (Fig.1).

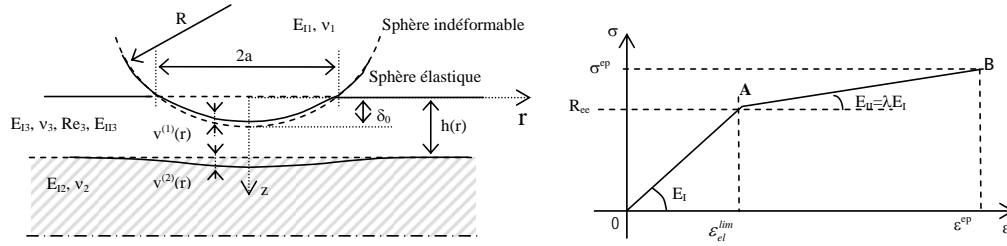


FIG. 1 – Configuration équivalente sous chargement (gauche) et représentation uniaxiale du comportement du revêtement (droite).

L'équation (2) est valable aussi bien dans le domaine élastique que dans le domaine élastoplastique. La loi de comportement est prise en compte dans l'expression de la variation d'épaisseur du revêtement, $\Delta h(r)$, sous l'effet du chargement (Fig.1). On définit également un paramètre, λ , rapport des modules équivalents des domaines élastoplastique et élastique pur. Ce paramètre λ dépend des conditions d'interface :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre : } \lambda = \frac{E_{II3}}{E_{I3}} = \lambda_0 \\ \text{modèle collé : } \lambda = \lambda_0 \left[\frac{1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{I3}} - \frac{\nu_2}{E_2}}{\frac{1-\nu_3}{E_{I3}} - \frac{1-\nu_2}{E_2}}}{1 - 2\nu_3 \frac{\frac{\nu_3}{E_{II3}} - \frac{\nu_2}{E_2}}{\frac{1-\nu_3}{E_{II3}} - \frac{1-\nu_2}{E_2}}} \right] \end{array} \right. \quad (3)$$

En supposant que les déformations dans la direction (Oz) sont homogènes dans l'épaisseur du revêtement (Johnson (1985)), et en appliquant les hypothèses du contact hertzien sur la forme des surfaces des corps au voisinage du contact (polynome du second degré), l'Eq.(2) peut alors s'écrire sous la forme d'une équation intégrale dont l'inconnue principale est le champ de pression $\sigma_{zz}^{(3)}(r)$. On distingue deux formulations, suivant que l'on se trouve dans le domaine purement élastique ou élastoplastique (Eq.(4)). Pour déterminer le domaine de comportement adéquat, on applique le critère de Tresca. On obtient alors une limite d'élasticité équivalente, R_{ee} (Eq.(5)).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \leq R_{ee} \quad \frac{1}{E_{Ie}} \sigma_{zz}^{(3)}(r) = \frac{a^2}{2Rh} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] - \frac{K\sigma_0}{h} \int_S \sigma_{zz}^{(3)} dS + C_1 \\ \text{si } \sigma_{zz}^{(3)} \geq R_{ee} \quad \frac{1}{\lambda E_{Ie}} [\sigma_{zz}^{(3)} - (1 - \lambda)R_{ee}] = \frac{a^2}{2Rh} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] + \frac{K\sigma_0}{h} \int_S \sigma_{zz}^{(3)} dS + C_2 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle libre} \quad R_{ee} = R_{e3} \\ \text{modèle collé} \quad R_{ee} = R_{e3} \left[1 + \frac{\nu_3}{1+\nu_3} \left(1 - \frac{2}{\nu_3} \frac{\frac{\nu_2}{E_2} - \frac{\nu_3}{E_3}}{\frac{1-\nu_2}{E_2} - \frac{1-\nu_3}{E_3}} \right) \right]^{-1} \end{array} \right. \quad (5)$$

Après résolution analytique des deux équations intégrales, on obtient l'expression du champ de pression de contact. Etant donné la nature du contact, le champ de pression atteint un maximum au centre du contact ($r = 0$). Ainsi, lorsque le domaine d'élastoplasticité est franchi, la partie centrale du contact évolue de manière élastoplastique pendant que la partie extérieure reste élastique pure (Fig.2). Il en résulte que dans l'hypothèse où la pression de contact au centre dépasse la limite d'élasticité équivalente, il existe une frontière, r_1 , en deçà de laquelle le comportement est élastoplastique et au delà de laquelle le comportement est élastique pur. On obtient donc le

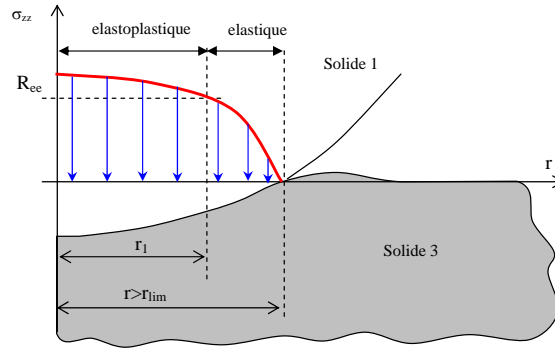


FIG. 2 – Représentation schématique du champ de pression de contact élastoplastique.

champ de pression suivant :

$$\begin{cases} r_1 \leq r \leq a & \text{alors } \sigma_{zz}^{(3)}(r) = p_0 \frac{a_0}{a_0+a} (1 - r^2) \\ r \leq r_1 & \text{alors } \sigma_{zz}^{(3)}(r) = p_0 \lambda \frac{a_0}{a_0+a} (1 - r^2) + (1 - \lambda) R_{ee} \end{cases} \quad (6)$$

L'expression de r_1 est obtenue en déterminant la position du point de transition entre les deux domaines, point en lequel le champ de pression de contact franchit la limite d'élasticité équivalente, R_{ee} :

$$r_1 = a \sqrt{1 - \frac{a + a_0}{a^2} \frac{R_{ee}}{p_0}} \quad (7)$$

Avec $p_0 = \frac{a^2}{2Rh} E_{Ie}$ et $a_0 = \frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \frac{E_{12}}{E_{Ie}} h$. Par intégration du champ de pression sur l'aire de contact, on obtient finalement une expression de l'évolution de l'effort normal en fonction du rayon de contact :

$$\begin{cases} \text{élastique pur :} & W_N^{(el)} = \frac{\pi}{4} \frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \frac{E_{12}^4}{E_{Ie}^3} \frac{h^3}{R} \frac{a^4}{a_0^4 + a_0^3 a} \\ \text{élastoplastique :} & W_N^{(ep)} = \frac{\pi}{4} \frac{9\pi}{4(3\pi-4)} \frac{E_{12}^4}{E_{Ie}^3} \frac{h^3}{R} \frac{a^4}{a_0^4 + a_0^3 a} \left[1 - (1 - \lambda) \left(1 - \frac{a_0 + a}{a^2} \frac{R_{ee}}{p_0} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (8)$$

3 Étude expérimentale

L'étude expérimentale proposée reprend le moyen d'essai et la procédure expérimentale de Da Silva Botelho *et al.* (2006). Son principe est rappelé Fig.3. les billes utilisées (en acier Z100CD17) avaient des rayons de 0,5 mm, 1 mm et 2,5 mm. L'effort normal était compris entre 2 et 40 N. Les éprouvettes sont de deux types : soit des feuilles de métal (aluminium de 30 μm d'épaisseur et argent de 300 et 500 μm d'épaisseur) sont intercalées entre l'indenteur et le substrat, soit le substrat est revêtu électrolytiquement (argent de 20 et 40 μm d'épaisseur, cuivre et zinc de 25 μm d'épaisseur). Pour chaque essai, les dimensions de l'empreinte sont mesurées et reportées graphiquement.

3.1 Résultats et analyses

Pour chaque couple bille/revêtement, les évolutions des rayons de contact en fonction de l'effort appliqué sont de formes similaires, représentatives d'un écrouissage linéaire (Fig.4). Le rayon de contact est d'autant plus grand que le rayon de la sphère est grand et que l'épaisseur

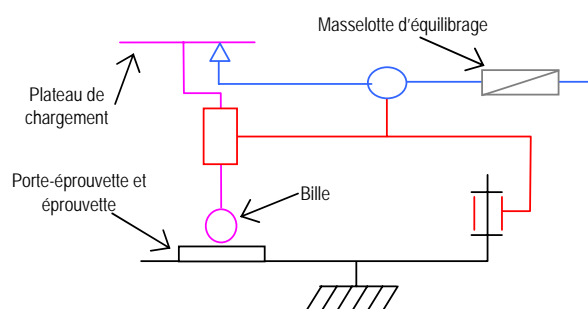


FIG. 3 – Schéma cinématique du dispositif d'indentation sphérique.

de revêtement est grande. On note cependant que l'épaisseur de revêtement a une influence moindre que le rayon de la sphère sur le rayon de contact. En effet, lorsque l'épaisseur du revêtement est multipliée par 15, le rayon de contact n'est multiplié que par 1,8, d'autre part, lorsque le rayon de la sphère est multiplié par 2,5 le rayon de contact est multiplié par 1,2. L'analyse des empreintes indique qu'il a pu y avoir du glissement entre la bille et le revêtement.

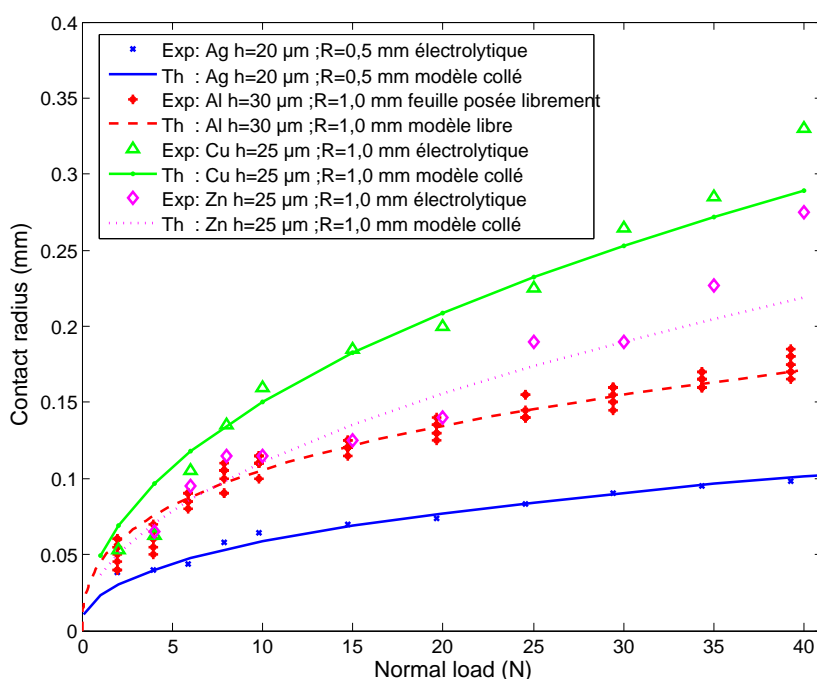


FIG. 4 – Comparaison entre résultats expérimentaux et prévisions du modèle analytique.

Ceci est dû au dispositif expérimental qui induit un léger effort de frottement au niveau de la liaison glissière entre l'axe de chargement (qui porte la bille) et le bâti, produisant une légère ovalisation aux faibles charges et peut perturber la mesure du rayon de contact, notamment pour de faibles valeurs de l'effort.

Pour l'ensemble des résultats expérimentaux, on observe un bon accord entre la description théorique et le phénomène physique observé. Le comportement choisi (écrouissage cinématique linéaire) pour décrire le contact entre un massif élastique revêtu d'un revêtement élastoplastique et un indenteur ponctuel est adapté pour les quatre matériaux testés (Ag, Al, Cu, Zn).

4 Conclusions

L'objet du présent article était de proposer une confrontation expérimentale à un modèle analytique pour le contact ponctuel sans frottement entre deux corps élastiques avec un revêtement élastoplastique à écrouissage linéaire. Ce modèle prend en compte deux conditions d'interface distinctes : soit le revêtement est posé librement sur le substrat (modèle libre), soit il est parfaitement adhérent (modèle collé). L'un des résultats principaux de ce modèle est de déterminer l'évolution du rayon de contact en fonction de l'effort normal appliqué. Ce modèle a été validé expérimentalement pour la gamme de rayons de sphères (0,5 à 2,5 mm), d'épaisseurs (20 à 500 μm) et de natures de revêtements (Ag, Al, Cu, Zn) et d'efforts normaux testés (2 à 40 N).

Références

- Burmister, D. 1945 The general theory of stresses and displacements in layered systems. *J. Appl. Phys.* **D. 16**, 89-94
- Chang, W. 1997 An elastic-plastic contact model for a rough surface with an ion-plated soft metallic coating. *Wear* **212**, 229-237
- Chang, W., Etsion, I., Bogoy, D. 1987 An elastic plastic model for the contact of rough surfaces. *J. Tribol.* **109**, 257-263
- Chen, W. 1971 Computation of stresses and displacements in a layered elastic medium. *Intl. J. Eng. Sci.* **9**, 775-800
- Chen, W., Engel, P. 1972 Impact and contact stress analysis in multilayered media. *Intl. J. Sol. Stru.* **8**, 1257-1281
- Da Silva Botelho, T. 2004 *Contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté*, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, France.
- Da Silva Botelho, T., Progri, R., Robbe-Valloire, F., Inglebert, G., Sainsot, P. 2006 Caractérisation d'un revêtement de faible dureté en élastoplasticité par indentation sphérique *In Tribologie dans les transports (ed. J. Denape, J.-Y. Paris et P. Stempflié)* pp.219-230, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne.
- Greenwood, J., Williamson, J. 1966 Contact of nominally flat surfaces. *Proc. Roy. Soc. London* **A295**, 300
- Johnson, K. 1985 *Contact Mechanics* Cambridge University Press
- Kogut, L., Komvopoulos, K. 2004 Analysis of the spherical indentation cycle for elastic-perfectly plastic solids *J. Mater. Res.* **19, Issue 12**, 3641-3653
- Polonski, I., Keer, L. 2000 A fast and accurate method for numerical analysis of elastic layered contacts. *J. Tribol.* **122**, 30-35
- Robbe-Valloire, F., Paffoni, B., Progri, R. 2001 Load transmission by elastic, elasto-plastic or fully plastic deformation of rough interface asperities. *Mech. Mat.* **33**, 617-633
- Whitehouse, D., Archard, A. 1970 The properties of random surfaces and their significance in their contact. *Proc. Roy. Soc. London* **A316**, 97-121